

MODELOS DE TASAS DE INTERES EN CHILE:
UNA REVISION

SERGIO ZÚÑIGA*

ABSTRACT

In this work we review Level Model of the Interest Rates in Chile. In addition to the traditional Level Models by Chan, Karoly, Longstaff and Sanders (1992) in the USA, and Parisi (1998) in Chile, by the Maximum Likelihood method, we allow that the conditional volatility also include the unexpected information processes (GARCH model) and also that the volatility be a function of the level of the interest rate (TVP-LEVEL model) as in Brenner, Harjes and Kroner (1996). For this we use market yields from the Bonos de Reconocimiento instead of the monthly average yields from PDBC auctions, and enlarging the size and the frequency from the sample to 4 weekly yields with different terms to maturity: 1 year, 5 years, 10 years and 15 years.

The main results from the study can be summarized in that the volatility of the unexpected changes in the rates depends positively on the level of the rates, especially in the TVP-LEVEL model. We obtain mean reversion evidence, such that the increments in the interest rates were not independent, contrary to those obtained by Brenner et al. in the USA. The LEVEL models are not able to adjust appropriately the volatility in comparison to the GARCH(1,1) model, and finally, the TVP-LEVEL model does not overcome the results from the GARCH(1,1) model.

* Doctor en Economía (c), Académico de la Escuela de Ingeniería Comercial-Universidad Católica del Norte, Larrondo 1281 – Coquimbo. Fono/Fax 56-51-209842/209850. szuniga@socompa.ucn.cl
El autor agradece los valiosos comentarios de dos árbitros anónimos de la revista.

1. INTRODUCCIÓN

Los estudios de los rendimientos de mercado según su estructura de plazos abarcan gran parte de la literatura especializada, tanto en economía financiera como en macroeconomía, debido a las importantes aplicaciones que se derivan de su conocimiento y modelación: permiten valorar múltiples activos financieros y diseñar estrategias de inversión o coberturas de riesgos más precisas (p.ej. Jamshidian, 1989); contribuyen al estudio de expectativas y predictibilidad de la actividad económica (p.ej. Fama, 1984, y Estrella y Hardouvelis, 1991); ayudan a conocer la forma en que la política monetaria se transmite a las variables macroeconómicas (p.ej. Johnson, 1992). En Chile los estudios de las tasas de interés son recientes. Herrera y Magendzo (1997) buscan ajustar la ETTI¹ a través del modelo parsimonioso de Nelson y Siegel (1987) y la extensión de Svensson (1993). Parisi (1998) utiliza el Método Generalizado de Momentos (GMM) para estimar una variedad de modelos de tasas llamados de NIVELES en la línea del trabajo de Chan, Karoly, Longstaff y Sanders (1992).

En este trabajo nos ocupamos de un área específica de estudios de la ETTI, consistente en la modelación e interpretación del proceso estocástico que rige a los rendimientos según su plazo al vencimiento, poniendo énfasis en el comportamiento de la varianza del proceso. Más precisamente, nuestro objetivo es la estimación econométrica de distintas especificaciones para las tasas de interés en varios vencimientos (cada una estimada independientemente), puesto que el valor de los parámetros de esos procesos debe entregar antecedentes respecto a la naturaleza del mercado de renta fija en Chile. Nuestro trabajo presenta varias precisiones y generalizaciones al trabajo de Parisi (1998), quien usa como fuente de información las tasas de interés promedio mensual de las licitaciones semanales de los Pagarés Descontables del Banco Central (PDBC), lo que entre otros, dado el sistema de “ventanilla abierta”, distorsiona los resultados esperados. Respecto del método de estimación usado por Parisi, vistas las críticas de Broze, Scaillet y Zakoian (1993) en el sentido de que el estimador de GMM no se comporta bien en estos modelos si el coeficiente $\gamma > 1$, aquí usamos Máxima Verosimilitud, y además ampliamos el tamaño y la frecuencia de la muestra a 4 series de tasas semanales con diferentes plazos al vencimiento: 1 año, 5 años, 10 años y 15 años.

Finalmente, puesto que los modelos de NIVELES restringen la volatilidad a ser función solamente de la tasa de interés, en este estudio permitimos que ésta también incluya los procesos de información no esperada, de acuerdo a Brenner, Harjes y Kroner (1996) (en adelante BHK), quienes sugieren que esta especifica-

¹ La Estructura Temporal de las Tasas de Interés (ETTI) es la relación entre el rendimiento (generalmente tasas *spot*) y la vida restante (plazos de vencimiento) de instrumentos con riesgo similar, o alternativamente, es la relación entre la tasa interna de retorno (*yield to maturity*) de bonos de descuento puro (no “contaminados” por cupones) y su vencimiento.

ción puede ser más apropiada aún que la de un GARCH, puesto que éste no permite que la volatilidad sea función del nivel de la tasa de interés y, además, admite tasas de interés negativas.

2. LA TASA DE INTERÉS LIBRE DE RIESGO EN CHILE

En Chile existen tres instituciones emisoras de instrumentos de renta fija con garantía del Estado: el Banco Central de Chile (BC), la Tesorería General de la República y el Instituto de Normalización Previsional (INP).

Actualmente el BC es el emisor más importante, y sus emisiones son principalmente para regular la oferta monetaria a través de operaciones de mercado abierto. La Tesorería mantiene en circulación un reducido número de instrumentos, los que fueron emitidos para financiar proyectos de inversión del Estado o para cancelar parte de las indemnizaciones por las expropiaciones de los años 60. Por su parte, el INP emite un único instrumento en moneda real y de descuento (sin cupones) llamado Bono de Reconocimiento (BR), en función de las cotizaciones que mantuvo cada trabajador en las cajas de previsión del antiguo sistema previsional.

2.1. *Pagarés del Banco Central*

Los instrumentos que ha utilizado el BC son un reflejo de la política monetaria que ha seguido, la que ha tenido mayor actividad a partir de 1985. Desde ese año a la fecha se han emitido básicamente tres tipos de instrumentos: PDBC, PRBC y PRC, en diferentes plazos al vencimiento, algunos de los cuales han tenido corta vida (Cuadro 1).

Entre las características de los PRBC y los PDBC está la que se emiten en modalidad de “ventanilla abierta”, es decir, las instituciones autorizadas pueden comprar cualquier cantidad, dentro de cierto cupo, a una tasa y precios determinados por el BC, de modo que los agentes sólo deciden el número de pagarés que están dispuestos a comprar a esos precios. Recién en mayo de 1995 comenzó la etapa actual en que la política monetaria pasa a establecer objetivos instrumentales sobre la tasa interbancaria a 1 día (Magendzo, 1997). El efecto de esta nueva política sobre los PRBC y los PDBC es que el BC deja de fijar la tasa de los PRBC-90, mientras que las tasas de los PDBC-30 siguen siendo fijadas, pero en base a las tasas de los PRBC que se licitan el día anterior más un ajuste por plazos e inflación proyectada por el propio BC.

Luego, por lo menos hasta mediados de 1995, los rendimientos de los PDBC-30 no provienen de cotizaciones de mercado, lo que limita su aplicación para numerosos estudios empíricos de tasas de interés. Respecto a los PRC, puesto que contienen cupones, son descartados para este trabajo.

CUADRO 1
 PRINCIPALES INSTRUMENTOS DEL BC SEGUN COTIZACION EN LA BOLSA
 DE COMERCIO DE SANTIAGO (BCS)
 Análisis para el período enero 1983 - octubre 1998

	Período de Transacción en la BCS	Cotización bursátil
PDBC-30 días	Desde enero de 1983 hasta mediados de 1997(*)	No
PDBC-42	Desde mediados de 1997 a la fecha	No
PDBC-90	Desde mediados de 1997a la fecha	No
PDBC-360	Desde comienzos de 1998 a la fecha	No
PRBC-90 días	Desde comienzos de 1987 a la fecha	Sí
PRBC-180	Desde comienzos de 1987 hasta mediados de 1990	Sí
PRBC-360	Desde comienzos de 1987 hasta mediados de 1993	Sí
PRC-4 años	Desde comienzos de 1992 hasta comienzos de 1994	Sí
PRC-6	Desde comienzos de 1992 hasta mediados de 1993	Sí
PRC-8	Desde comienzos de 1992 a la fecha	Sí
PRC-10	Desde comienzos de 1992 a la fecha(**)	Sí
PRC-12	Desde comienzos de 1993 a la fecha	Sí
PRC-14	Desde comienzos de 1993 a la fecha	Sí
PRC-20	Desde comienzos de 1993 a la fecha	Sí

PDBC = Pagarés Descontables del Banco Central

PRC = Pagarés Reajustables con Cupones del Banco Central

PRBC = Pagarés Reajustables del Banco Central

(*) Los PDBC-30 días fueron emitidos originalmente por la Tesorería.

(**) Previo a 1992 nuevos PRC-10 fueron cotizados en Bolsa entre mayo 1989 y mayo de 1990.

2.2. *Los Bonos de Reconocimiento*

En los estudios empíricos de la ETTI, a fin de evitar los problemas originados por la existencia de cupones, se prefieren las tasas obtenidas de instrumentos de descuento de corto plazo (tasas cortas). En Chile los Bonos de Reconocimiento (BR) son un instrumento de descuento que permite el estudio de estructura de tasas en el corto y largo plazo, y por este motivo a continuación nos referimos a ellos.

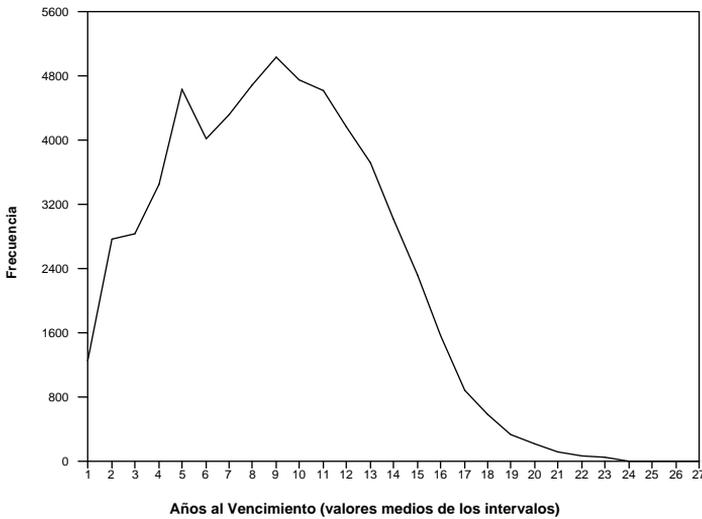
En el antiguo sistema previsional chileno los trabajadores estaban inscritos a un sistema de administración pública de fondos en una modalidad de reparto, y no un sistema de ahorro individual como el sistema actual. Con el nuevo sistema del año 1981 cada trabajador cotiza en una Administradora de Fondos Previsionales (AFP), y se mantiene permanentemente informado de su saldo individual y cotizaciones tal como se hace con cualquier cuenta de ahorro, con la diferencia de que no puede retirarse el dinero acumulado hasta que la persona jubile o fallezca. Cuando un trabajador se traslada del antiguo al nuevo sistema, para conocer su posición actual es necesario abonar a su cuenta individual la

suma de los montos que cotizó en el antiguo sistema, y puesto que estos pagos no se harán efectivos hasta su jubilación, estos montos se transforman en un bono de descuento (se trata de una promesa de un pago único a futuro) entregado por el antiguo sistema (actualmente llamado INP) a las AFP's a nombre de cada trabajador.

El BR sólo se paga al momento de la jubilación; sin embargo, puesto que la legislación establece en muchos casos la posibilidad de jubilación anticipada a través de una renta vitalicia, los BR de los cotizantes bajo esta situación ceden su BR a una Compañía de Seguros, la que a su vez lo vende en el mercado secundario a cambio de un plan de renta vitalicia para cada trabajador. Después de que el BR es vendido por la Compañía de Seguros, el papel se transforma en un instrumento de renta fija más, transándose a valores de mercado². Los BR comienzan a cotizarse en Bolsa a partir de marzo de 1992 con gran aceptación en el mercado nacional, contabilizándose 59.431 transacciones de compraventa (registros de rendimientos diarios) en el período enero-93 a diciembre-97.

El Gráfico 1 muestra que los plazos al vencimiento más frecuentes oscilan alrededor de 9.2, 8.7 y 4.8 años, y que las presencias de las cotizaciones inferiores a 18 meses y superiores a 17 años son muy bajas, no siendo recomendable hacer inferencias para esos plazos.

GRAFICO 1
HISTOGRAMA DE AÑOS AL VENCIMIENTO DE LOS BR
Total de Transacciones Diarias 1993-1997



2 Por ejemplo, entre 1981 y 1990 se emitieron 1.372.000 BR correspondientes a igual número de personas que entraron al nuevo sistema. Respecto a la liquidación de los BR, en 1998 se pagaron unos US\$700.000.000 correspondientes a 26.000 bonos, y en los años siguientes los pagos anuales crecerán hasta alcanzar un *peak* de 360.000 bonos anuales entre los años 2009 y 2015. El cobro de éstos terminará el 2025, cuando jubila el último pensionado del antiguo sistema.

El Cuadro 2 muestra estadísticas de vencimientos en años (TERM) y de rendimientos de toda la serie en tanto por uno anual (YIELD). No hay evidencia de sesgo ni curtosis en ninguna serie. Buscando la mayor frecuencia de transacciones usamos información semanal del período que comienza el 17 de mayo de 1993 (semana 1) y termina el 31 de diciembre de 1997 (semana 242). El uso de data semanal en lugar de mensual tiene las ventajas de proveer una mejor aproximación discreta a los modelos continuos que estudiaremos en este artículo, y además se incrementa el número de observaciones totales, lo que debe proveer pruebas estadísticas más apropiadas.

CUADRO 2
ESTADÍSTICAS DE LOS PLAZOS AL VENCIMIENTO Y RENDIMIENTOS
TERM01, TERM02, TERM03 y TERM04:
registros semanales 17/05/93 – 31/12/97
TERM y YIELD: registros diarios 01/93 – 12/97

	TERM(años)	YIELD	TERM01	TERM05	TERM10	TERM15
Media	8.6997	0.0655912	0.0774500	0.0681540	0.0654336	0.0639120
Error Standard	4.4228	0.0052147	0.0078451	0.0040720	0.0041884	0.0039606
Mínimo	0.0300	0.0101000	0.0609000	0.0613000	0.0600000	0.0593000
Máximo	27.5500	0.2100000	0.1172000	0.0854000	0.0790000	0.0803000
Chi-cuadrado(*)			4.0927 0.0431	59.6360 0.0000	24.0373 0.0000	9.1412 0.0025

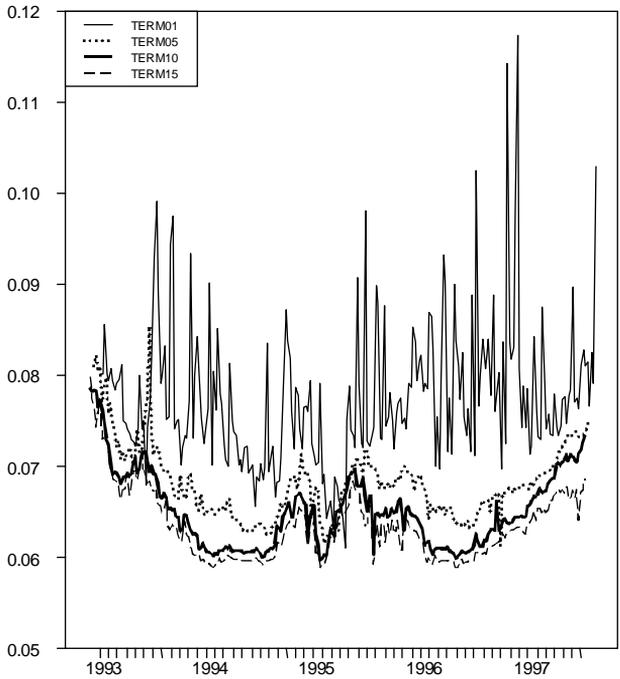
(*) Test ARCH. Se reporta el valor del estadístico y debajo la significancia estadística.

Para cada semana obtuvimos las series de rendimientos de aquellos BR con vencimiento de 1 año (TERM01), 5 años (TERM05), 10 años (TERM10) y 15 años (TERM15), completando así 4 series de observaciones, cuyas estadísticas se muestran en el Cuadro 2³. El uso de instrumentos con largos plazos al vencimiento, como en este estudio, debe generar mejores estimaciones respecto a aquellas basadas en los PDBC-30 días, pues, como se aprecia en el Gráfico 2, la dispersión de la serie disminuye al aumentar los plazos al vencimiento.

En resumen, puesto que los BR son instrumentos con garantía estatal, sin cupones, expresados en moneda real con una relativamente alta presencia bursátil, cumplen condiciones ideales para el estudio de los tipos de interés (ETTI) en sustitución a los PDBC.

³ Es interesante notar aquí que en promedio la ETTI chilena ha presentado pendiente negativa, puesto que los rendimientos medios caen según el vencimiento desde 7.74% (a 1 año) hasta 6.39% (a 15 años). Este hecho fue notado también por Herrera y Magendzo (1997).

GRAFICO 2
 COMPORTAMIENTO DE LOS RENDIMIENTOS SEMANALES DE LOS BR
 (17/05/93 – 31/12/97)



3. MODELOS DE TASAS REALES: EL MARCO ECONOMETRICO

Para comparar la calidad de ajuste de una variedad de modelos de tasas de interés, CKLS (1992) muestran que muchos de ellos pueden ser derivados de la siguiente ecuación diferencial estocástica (modelo no restringido):

$$(1) \quad dr = (\alpha + \beta r)dt + \psi r^\gamma dW$$

donde r es la tasa de interés instantánea, t es el tiempo, dW es un movimiento Browniano, α , β , ψ y γ son parámetros, $(\alpha + \beta r)$ es el *drift* o tasa esperada de cambio y ψr^γ es la desviación estándar de los cambios en la tasa de interés. Una de las características interesantes de esta especificación es que reescribiendo $(\alpha + \beta r)$ como $-\beta(-\alpha/\beta - r)$, entonces $-\beta$ puede ser entendido como la velocidad de reversión a la tasa de interés media, y $-\alpha/\beta$ es el nivel de equilibrio de largo plazo de las tasas. El Cuadro 3 muestra la forma en que a partir del modelo no restringido se puede acceder a los otros modelos.

CUADRO 3
ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS DE LOS MODELOS DE NIVELES

	MODELO	α	β	σ	γ
No restringido(CKLS)	$dr=(\alpha+\beta r)dt+\sigma r^\gamma dW$				
Merton(1973)	$dr=\alpha dt+\sigma dW$	0			0
Vasicek(1977)	$dr=(\alpha+\beta r)dt+\sigma dW$				0
CIRSR(1985)	$dr=(\alpha+\beta r)dt+\sigma r^{1/2}dW$				1/2
Dothan(1978)	$dr=\sigma r dW$	0	0		1
GBMB-S(1973)	$dr=\beta r dt+\sigma r dW$	0			1
Brennan-Schwartz(1980)	$dr=(\alpha+\beta r)dt+\sigma r dW$				1
CIRVR(1980)	$dr=\sigma r^{3/2}dW$	0	0		3/2
CEV(1975,1976)	$dr=\beta r dt+\sigma r^\gamma dW$	0			

CIR SR: Modelo de Raíz Cuadrada de Cox, Ingersoll y Ross (1985).

GBM B-S: Modelo de Movimiento Geométrico Browniano de Black y Scholes (1973).

CIR VR: Modelo de activos de de tasa-variable de Cox, Ingersoll y Ross (1980).

CEV: Modelo de Elasticidad de Varianza Constante de Cox y Ross (1976).

La aproximación a tiempo discreto más simple de la ecuación diferencial anterior viene dada por:

$$(2) \quad r_t - r_{t-1} = \alpha + \beta r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$E(\varepsilon_t | \tau_{t-1}) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2 | \tau_{t-1}) = \sigma_t^2 = \psi^2 r_{t-1}^{2\gamma}$$

donde τ_{t-1} es la información disponible en t-1 y σ_t^2 es la varianza condicional de los cambios en la tasa de interés. Estos modelos reciben el nombre de *Modelos de Niveles* (LEVELS models), puesto que γ y ψ son parámetros, de modo que la volatilidad es restringida a ser función solamente del nivel de la tasa de interés (la heterocedasticidad entra solamente a través del cuadrado de la tasa de interés).

De acuerdo a BHK, este tipo de modelos implica una sensibilidad no razonable de la volatilidad a los niveles de las tasas de interés, por cuanto en los EE.UU. han existido numerosos períodos en que las tasas fueron bajas con alta volatilidad. Una corrección natural a este problema es que la volatilidad incluya los procesos de información inesperada y la volatilidad del período anterior a modo de un GARCH(1,1)⁴, es decir:

$$(3) \quad \sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b \sigma_{t-1}^2$$

⁴ Un modelo GARCH(p,q) es uno que permite la existencia de componentes autorregresivos de orden p, y componentes de medias-móviles (*moving-average*) de orden q. A menos que del texto se desprenda lo contrario, al referirnos a un proceso GARCH nos estamos refiriendo a un proceso GARCH(1,1).

Pero los modelos GARCH de tasas de interés están sujetos a algunas críticas, puesto que permiten tasas de interés negativas, no permiten que la volatilidad sea función de las tasas, y si $a_1 + b \approx 1$ entonces los *shocks* actuales afectan la volatilidad infinitamente en el futuro.

Para intentar superar estos problemas BHK proponen el llamado Modelo TVP-LEVEL, incorporando la serie ψ_t^2 como un proceso autorregresivo del siguiente modo:

$$(4) \quad \sigma_t^2 = \psi_t^2 r^2 \gamma_{t-1} = (a_0 + a_1 \epsilon_{t-1}^2 + b \psi_{t-1}^2) r^2 \gamma_{t-1}$$

Así, esta nueva formulación une los modelos de Niveles con los modelos GARCH, o alternativamente pueden ser vistos como una versión *time-varying parameter* de los modelos de Niveles.

4. RESULTADOS

Anteriormente vimos que la dispersión de la tasa corta (1 año) fue significativamente mayor que la de las tasas de plazos mayores. Puesto que el objetivo de los modelos GARCH y TVP-LEVEL es modelar la volatilidad de las tasas, en el Gráfico 3 mostramos los cambios (primeras diferencias) de cada tasa (denominamos DTERMxx a la serie que contiene el cambio en la tasa a xx años). El error estándar es 0.0088 para DTERM01, y descendiendo a 0.0015 para DTERM05, 0.0010 para DTERM10 y 0.0011 para DTERM15.

Una prueba formal para detectar si la variabilidad de las tasas anteriores no es constante es la prueba ARCH de Engle⁵, un test de multiplicador de Lagrange que regresa las series de residuos cuadrados sobre sus rezagos. Esta prueba es de especial utilidad para diagnosticar errores multiplicativos en procesos sobre los cuales se presume homocedasticidad en los errores como hipótesis nula, de modo que se justifique una modelación GARCH. Los resultados del test aplicado al modelo de la ecuación (2) bajo σ^2 constante son reportados en la última fila de el Cuadro 2, y de acuerdo a éstos concluimos la presencia de errores del tipo ARCH en todas las series al 95% de confianza.

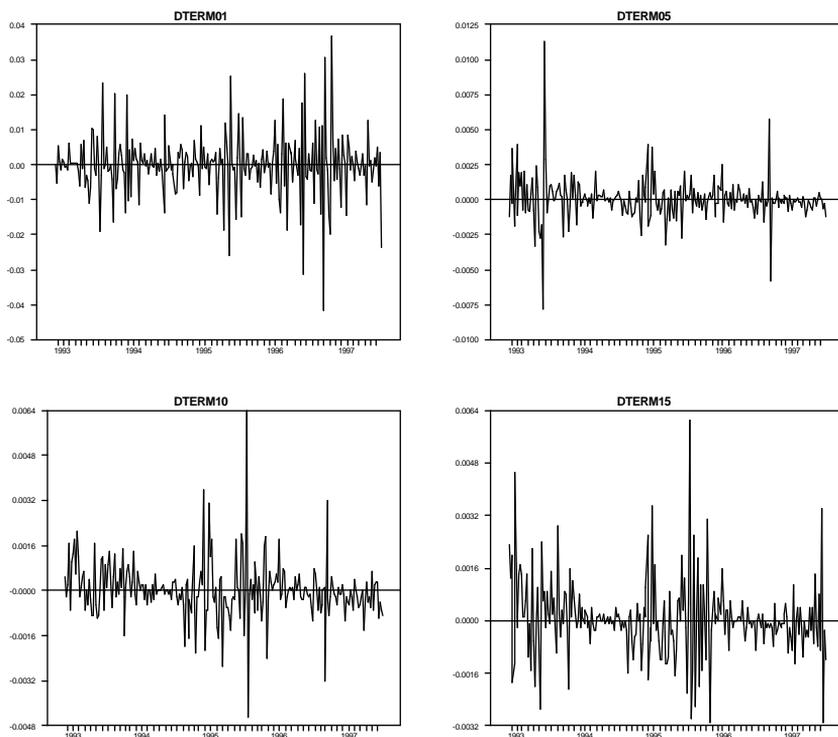
El Cuadro 4 muestra los resultados obtenidos en el ajuste de los modelos LEVEL, GARCH(1,1) y TVP-LEVEL (ecuaciones 2, 3 y 4 respectivamente) usando la técnica de maximización de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno (BFGS)⁶ sobre los parámetros que definen la función de verosimilitud. Este pro-

5 Para referencias véase Engle, R. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation". *Econometrica* (50): 987-1008.

6 Esta es una pequeña modificación del algoritmo DFP (Davidson, Fletcher, Powell) que es más conocido. A pesar de que la mayoría de los softwares entregan los resultados directamente, una referencia útil es la de Press, Flannery, Teukolsky y Vetterling (1988). "Numerical Recipes in C". New York, Cambridge University Press.

cedimiento se aplicó para la tasa a 1, 5, 10 y 15 años al vencimiento respectivamente.

GRAFICO 3
 CAMBIOS SEMANALES EN LAS TASAS DE INTERES ($r_t - r_{t-1}$)
 17/05/93 - 31/12/97



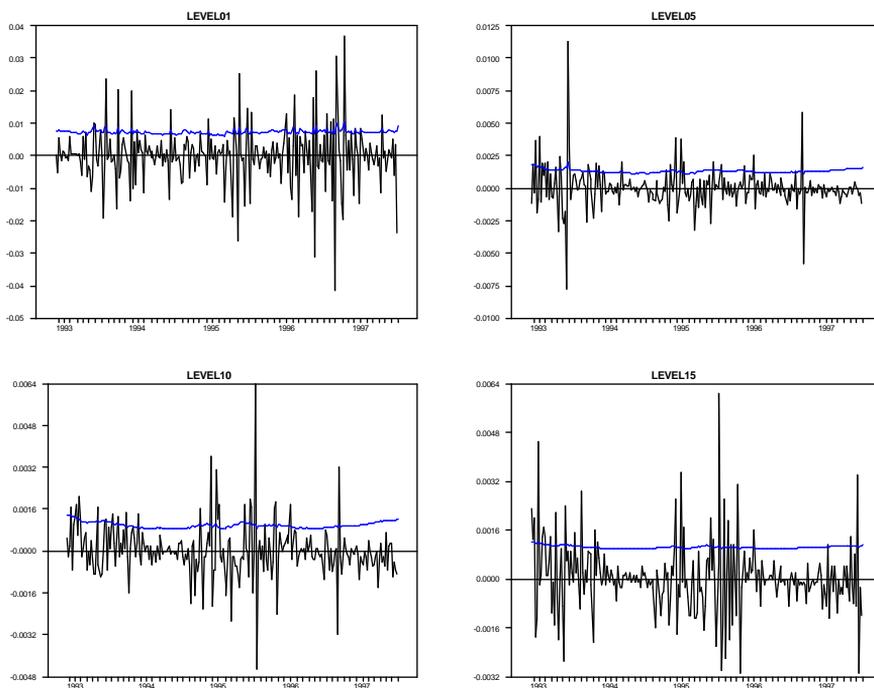
Los resultados son satisfactorios, puesto que prácticamente la totalidad de los coeficientes estimados resulta ser estadísticamente significativo al 5% de confianza. Aparentemente se logra un mejor ajuste global con las tasas de 10 y 15 años en los tres modelos comparando el valor de la función de verosimilitud en cada caso, aunque ésta no es una prueba formal. El valor del coeficiente γ es siempre positivo, implicando que la volatilidad de los cambios no esperados en las tasas depende positivamente del nivel de las tasas (CKLS obtuvieron $\gamma=1.56$ para los T-Bills a 13 semanas y $\gamma = 0.83$ para los T-Bills a 30 días).

Con relación a los coeficientes α y β , ambos son bastante similares independientemente del modelo usado. El coeficiente $-\alpha/\beta$ (el nivel de equilibrio de las tasas a largo plazo) es también reportado para cada estimación, de modo que al compararlos con los promedios históricos (Cuadro 2) ambos son bastante cercanos, confirmando que los resultados son buenos. El coeficiente β que es interpretado como una medida de velocidad de reversión, a diferencia de BHK, en-

contramos evidencia significativa de reversión a la media para todos los modelos en todos los plazos. Este hallazgo nos muestra que el proceso seguido por las tasas no es un *random-walk*, de modo que los incrementos en las tasas no son independientes (este tipo de proceso de reversión a la media se acepta como una especificación apropiada de variables económicas que tienden a un valor medio de largo plazo y que son afectadas por perturbaciones de corto plazo). Además, puesto que el valor del coeficiente β tiende a descender al aumentar el plazo de las tasas, y los rendimientos de los instrumentos de menor plazo (los más volátiles según la Cuadro 2) reversion más rápido que las tasas de plazos mayores (los menos volátiles), y este hecho explica la forma en que series con alta dispersión, tal como en TERM01, pueden mantener un carácter estacionario.

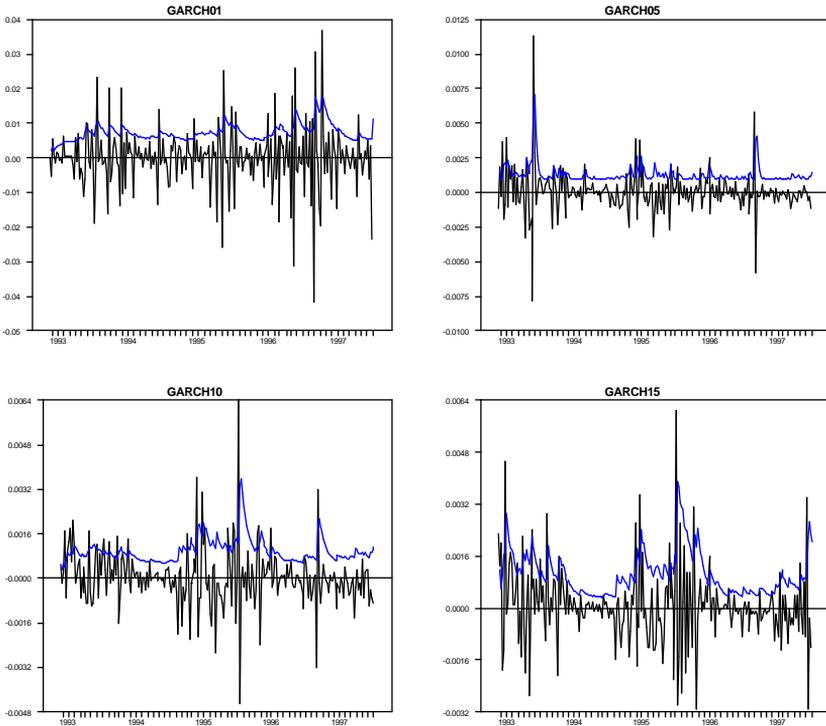
En la siguiente etapa del estudio, con los parámetros estimados hasta ahora es posible construir las series de varianzas condicionales ajustadas por cada modelo y compararlas gráficamente con las series de variaciones de tasas, a fin de determinar el grado de exactitud del ajuste proporcionado por cada modelo. En el Gráfico 4 a) mostramos que los modelos de LEVELS representan

GRAFICO 4 a)
AJUSTE DE LA VOLATILIDAD CON MODELOS LEVELS
Semanas entre el 17-5-93 y 31-12-97



erróneamente la volatilidad, básicamente debido a un ajuste deficiente comparado con el proporcionado por el modelo GARCH (Gráfico 4 b). Este resultado es equivalente al obtenido por BHK; sin embargo, al evaluar el modelo TVP-LEVEL encontramos que éste no puede superar el ajuste del modelo GARCH, y son tan similares que en un gráfico conjunto ambas curvas se tienden a sobreponer.

GRAFICO 4 b)
AJUSTE DE LA VOLATILIDAD CON MODELO GARCH
Semanas entre el 17-5-93 y 31-12-97



Un vistazo más cercano de los tres modelos comparados es proporcionado por el Cuadro 5 a partir del error estándar de las series de desviaciones estándar condicionales. Para las tres tasas el modelo LEVEL ofrece un nivel medio mayor que el proporcionado por los otros modelos, lo que puede interpretarse como una sobreestimación de la varianza condicional. Además, para el período bajo estudio el modelo TVL-LEVEL parece proporcionar un ajuste no superior al modelo GARCH, puesto que sólo en la tasa de 1 año el error estándar es superior (0.00251721 versus 0.00248965). Con esto es posible que en este caso el modelo TVL-LEVEL esté sobreparametrizado, proporcionando predicciones de inferior

calidad que las del modelo GARCH o, dicho de otro modo, no existe una ganancia significativa en usar el modelo TVL-LEVEL.

CUADRO 5
ESTADÍSTICAS DE LAS SERIES DE DESVIACIONES ESTANDAR
CONDICIONALES AJUSTADAS POR LOS MODELOS
Semanas entre el 17-5-93 y 31-12-97

Series	Media	Error Estándar	Mínimo	Máximo
LEVEL01	0.00730608	0.00063494	0.00594955	0.01046594
GARCH01	0.00728917	0.00248965	0.00206115	0.01738392
TVPLV01	0.00726863	0.00251721	0.00202742	0.01785205
LEVEL05	0.00132312	0.00014287	0.00109377	0.00197159
GARCH05	0.00128441	0.00066453	0.00089459	0.00709624
TVPLV05	0.00127220	0.00064450	0.00092268	0.00692554
LEVEL10	0.00099462	0.00011580	0.00084866	0.00139187
GARCH10	0.00098335	0.00043208	0.00031330	0.00355837
TVPLV10	0.00097270	0.00040933	0.00033115	0.00342148
LEVEL15	0.00104421	0.00004504	0.00099062	0.00122827
GARCH15	0.00104526	0.00065901	0.00033067	0.00389843
TVPLV15	0.00103817	0.00064860	0.00033185	0.00375281

5. GMM VERSUS ML

En esta parte deseamos hacer una observación respecto de los resultados obtenidos por Parisi (1998) usando GMM para ajustar y modelar la varianza condicional en los modelos de Niveles (CKLS), versus los que se obtienen con el método de Máxima Verosimilitud (ML). Para esto, utilizando la base de datos de Parisi, es decir, las 156 observaciones de las tasas promedio mensuales en las licitaciones semanales de los PDBC (enero 1983-diciembre 1995), aplicamos ML tal como lo hicimos anteriormente para los Bonos de Reconocimiento. Las estadísticas de la serie de rendimientos de los PDBC son: valor medio=0.01757, error estándar=0.00742, mínimo=0.0033 y máximo=0.0508.

Los resultados son reportados en el Cuadro 6 y representados comparativamente en el Gráfico 5, donde se muestran los cambios en la tasa de los PDBC (DR) versus la desviación estándar condicional por GMM y ML. Este gráfico permite apreciar que los resultados de GMM aparecen sobredimensionando el cambio de tasas (la dispersión condicional), de modo que el ajuste por ML es más preciso, y a pesar de que no lo reportamos aquí, un modelo del tipo GARCH o TVP-LEVEL proporciona un ajuste aún superior.

De las estadísticas de la serie de rendimientos de los PDBC sabemos que su valor medio es 0.01757, y del Cuadro 6 que el valor medio de largo plazo hacia el cual el proceso revierte ($\alpha^* = -\alpha/\beta$) por ML es 0.0171 (0.006/0.35), am-

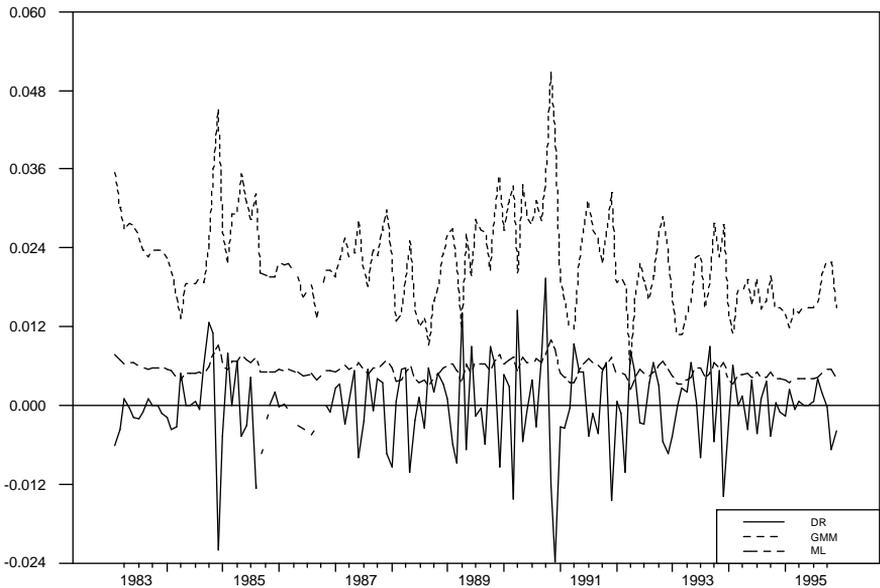
bos valores relativamente cercanos, como se esperaba. Sin embargo por GMM el valor medio de largo plazo es 0.222 (0.099/0.446, en el Cuadro I de Parisi, pág. 173), por lo que ese método estaría entregando una estimación sesgada de los parámetros. Una de las causas de los problemas de GMM puede deberse, entre otros, a las críticas de Broze, Scaillet y Zakoian (1993) y a lo arbitrario de la selección de los instrumentos (generalmente se usa una constante y el primer rezago de las tasas).

TABLA 6
ESTIMACION POR ML DEL MODELO DE NIVELES (CKLS) SOBRE PDBC
Datos Mensuales 01/1983 – 12/1995

Variable	Coefficiente	Error Estándar	T-Stat.	Signif.
α	0.006008122	0.000868222	6.92003	0.00000
β	-0.350645564	0.056524519	-6.20342	0.00000
γ	0.559280906	0.113800412	4.91458	0.00000
σ^2	0.002786748	0.002648667	1.05213	0.29274
PDBC	0.017570395	0.007420411	0.00330	0.05080

Valor de la Función = 697.39073890.

GRAFICO 5
DESV. ESTANDAR ESTIMADA Y CAMBIO EN LAS TASAS DE LOS PDBC
Datos Mensuales 01/1983 – 12/1995



6. CONCLUSIONES

En este trabajo revisamos los Modelos de Niveles de la estructura temporal de las tasas de interés en Chile. En adición al modelo de Niveles tradicional estimado por Chan, Karoly, Longstaff y Sanders (1992) y Parisi (1998) en Chile, y de acuerdo a la proposición de Brenner, Harjes y Kroner (1996) permitimos que la volatilidad condicional en los modelos de tasas de interés también incluya los procesos de información no esperada (modelo GARCH), y además que la volatilidad sea función del nivel de la tasa de interés (modelo TVP-LEVEL). Para esto usamos el método de Máxima Verosimilitud en lugar del Método Generalizado de Momentos, e información de las cotizaciones de mercado de los Bonos de Reconocimiento en vez de las tasas de interés promedio mensual de las licitaciones semanales de los PDBC. Además, ampliamos el tamaño y la frecuencia de la muestra a 4 series de tasas semanales con diferentes plazos al vencimiento: 1 año, 5 años, 10 años y 15 años.

Como resultado, se logra un ajuste satisfactorio de los tres modelos a juzgar por la significancia estadística de las estimaciones. Las principales conclusiones del estudio pueden resumirse en que la volatilidad de los cambios no esperados en las tasas dependen positivamente del nivel de las tasas de interés (coeficiente γ es siempre positivo), especialmente en el modelo TVP-LEVEL. Obtenemos evidencia de reversión a la media (coeficiente β significativo), tal que los incrementos en las tasas de interés no fueron independientes, a diferencia de lo obtenido por BHK en los EEUU.

Además, los modelos de Niveles no logran ajustar apropiadamente la volatilidad en comparación a un ajuste por modelos GARCH(1,1), presentando fundamentalmente una sobreestimación de la varianza condicional. En adición, los modelos TVP-LEVEL propuestos por BHK no superan los resultados del modelo GARCH, entregando resultados tan similares que no parecen justificar su aplicación.

REFERENCIAS

- Brenner, R.; R. Harjes y K. Kroner (1996), Another Look at Models of the Short-Term Interest Rate. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31 (1): 85-101.
- Brennan, M. y E. Schwartz (1980), "Analyzing Convertible Bonds". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15: 909-929.
- Broze, L.; O. Scaillet y J. M. Zakoian (1993), "Testing for Continuous-Time Models of the Short Term Interest Rate". Manuscrito no Publicado, CORE, Bélgica.
- Black, F. y M. Scholes (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy* 81: 637-654.

- Chan, K. C.; G. A. Karoly; F. A. Longstaff y A. B. Sanders (1992), "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate". *Journal of Finance*, 47 (3): 1209-1227.
- Cox, J. C. y S. A. Ross (1976), The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics* (3): 145-166.
- Cox, J. C., J. E. Ingersoll y S. A. Ross (1980), An analysis of Variable Rate Loan Contracts. *Journal of Finance* 35: 389-403.
- Cox, J. C., J. E. Ingersoll y S. A. Ross (1985), "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica* 53: 385-407.
- Dothan, U. (1978), On the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial Economics* 6 : 59-69.
- Estrella A. y G. Hardouvelis (1991), The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity. *The Journal of Finance* (46) 2: 555-576.
- Fama, E. (1984), The Information in the Term Structure. *Journal of Financial Economics* 13: 509-528.
- Herrera, L. O. e I. Magendzo (1997), Expectativas Financieras y la Curva de Tasas Forward de Chile. Documentos de Trabajo 23, Banco Central de Chile.
- Jamshidian, F. (1989). An Exact Bond Option Formula. *The Journal of Finance*, 44 (1): 205-209.
- Johnson, C. (1992), Un Modelo de Vectores Autorregresivos para el Mercado Financiero Chileno. *Revista de Análisis Económico* (7) 2: 141-168.
- Magendzo, I. (1997), "La Política Monetaria en Chile en la Década de los Noventa: Objetivos, Herramientas e Indicadores". Serie de Estudios Económicos N° 41. Banco Central de Chile.
- Merton, R. (1973), Theory Of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economic and Management Science*, 4(1973): 141-183.
- Nelson C. R. y A. F. Siegel (1987), Parsimonious Modelling of Yield Curves. *Journal of Business*, 60 (4): 473-489.
- Parisi, F. (1998), Tasa de Interés Nominal de Corto Plazo en Chile: Una Comparación Empírica de sus Modelos. *Cuadernos de Economía*, PUC, año 35 (105): 161-182.
- Svensson, L. (1993), Estimating Forward Interest Rates. *Sverige Riskbank Quarterly Review* (3): 32-42.
- Vasicek, O. (1977), An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics* 5: 177-188.

APENDICE
 RENDIMIENTOS DE LOS BONOS DE RECONOCIMIENTO

SEMANA	TERM01	TERM05	TERM10	TERM15	SEMANA	TERM01	TERM05	TERM10	TERM15
1	0.0800	0.0810	0.0790	0.0803	122	0.0786	0.0675	0.0655	0.0647
2	0.0800	0.0822	0.0785	0.0780	123	0.0738	0.0674	0.0657	0.0658
3	0.0854	0.0804	0.0787	0.0767	124	0.0733	0.0689	0.0663	0.0649
4	0.0800	0.0807	0.0785	0.0747	125	0.0719	0.0682	0.0669	0.0653
5	0.0793	0.0770	0.0768	0.0766	126	0.0906	0.0689	0.0678	0.0656
6	0.0806	0.0789	0.0775	0.0779	127	0.0789	0.0702	0.0692	0.0662
7	0.0792	0.0798	0.0765	0.0734	128	0.0723	0.0696	0.0695	0.0679
8	0.0782	0.0758	0.0752	0.0736	129	0.0719	0.0711	0.0697	0.0688
9	0.0790	0.0769	0.0734	0.0735	130	0.0979	0.0705	0.0700	0.0682
10	0.0794	0.0750	0.0728	0.0721	131	0.0726	0.0702	0.0682	0.0675
11	0.0810	0.0740	0.0707	0.0704	132	0.0720	0.0692	0.0681	0.0675
12	0.0749	0.0721	0.0695	0.0690	133	0.0734	0.0719	0.0681	0.0655
13	0.0745	0.0728	0.0697	0.0689	134	0.0741	0.0719	0.0691	0.0652
14	0.0739	0.0708	0.0696	0.0688	135	0.0897	0.0699	0.0671	0.0639
15	0.0734	0.0717	0.0691	0.0682	136	0.0877	0.0700	0.0654	0.0641
16	0.0728	0.0706	0.0684	0.0668	137	0.0730	0.0697	0.0670	0.0663
17	0.0725	0.0713	0.0691	0.0679	138	0.0728	0.0697	0.0670	0.0658
18	0.0720	0.0721	0.0691	0.0680	139	0.0875	0.0693	0.0606	0.0597
19	0.0739	0.0717	0.0696	0.0695	140	0.0742	0.0675	0.0651	0.0627
20	0.0799	0.0701	0.0692	0.0673	141	0.0752	0.0684	0.0652	0.0642
21	0.0739	0.0708	0.0695	0.0679	142	0.0780	0.0676	0.0648	0.0616
22	0.0749	0.0741	0.0704	0.0699	143	0.0748	0.0677	0.0651	0.0642
23	0.0678	0.0717	0.0713	0.0699	144	0.0717	0.0681	0.0649	0.0640
24	0.0741	0.0708	0.0696	0.0689	145	0.0757	0.0676	0.0657	0.0621
25	0.0771	0.0731	0.0701	0.0698	146	0.0767	0.0681	0.0647	0.0641
26	0.0816	0.0758	0.0711	0.0725	147	0.0773	0.0678	0.0650	0.0630
27	0.0927	0.0776	0.0720	0.0701	148	0.0746	0.0685	0.0657	0.0645
28	0.0990	0.0854	0.0720	0.0695	149	0.0751	0.0688	0.0652	0.0634
29	0.0888	0.0741	0.0709	0.0686	150	0.0739	0.0684	0.0653	0.0633
30	0.0790	0.0712	0.0697	0.0688	151	0.0789	0.0698	0.0664	0.0645
31	0.0800	0.0721	0.0704	0.0679	152	0.0785	0.0700	0.0668	0.0614
32	0.0831	0.0721	0.0695	0.0677	153	0.0851	0.0698	0.0652	0.0612
33	0.0750	0.0711	0.0694	0.0678	154	0.0835	0.0693	0.0633	0.0643
34	0.0753	0.0700	0.0685	0.0663	155	0.0793	0.0693	0.0657	0.0646
35	0.0943	0.0694	0.0671	0.0661	156	0.0815	0.0690	0.0659	0.0643
36	0.0973	0.0695	0.0668	0.0654	157	0.0820	0.0673	0.0652	0.0634
37	0.0739	0.0695	0.0674	0.0656	158	0.0781	0.0685	0.0649	0.0635
38	0.0749	0.0689	0.0669	0.0666	159	0.0789	0.0688	0.0649	0.0633
39	0.0750	0.0681	0.0656	0.0637	160	0.0783	0.0691	0.0647	0.0633
40	0.0700	0.0669	0.0658	0.0635	161	0.0867	0.0681	0.0644	0.0626
41	0.0719	0.0666	0.0655	0.0640	162	0.0863	0.0674	0.0638	0.0624
42	0.0732	0.0664	0.0656	0.0637	163	0.0826	0.0667	0.0635	0.0621
43	0.0730	0.0690	0.0648	0.0638	164	0.0699	0.0642	0.0617	0.0605
44	0.0770	0.0672	0.0647	0.0629	165	0.0752	0.0658	0.0620	0.0599
45	0.0932	0.0665	0.0632	0.0621	166	0.0696	0.0655	0.0621	0.0603
46	0.0729	0.0665	0.0634	0.0623	167	0.0795	0.0649	0.0613	0.0600
47	0.0799	0.0688	0.0650	0.0644	168	0.0930	0.0652	0.0606	0.0597
48	0.0841	0.0692	0.0649	0.0628	169	0.0901	0.0656	0.0612	0.0606
49	0.0808	0.0673	0.0642	0.0627	170	0.0714	0.0651	0.0614	0.0600
50	0.0751	0.0672	0.0633	0.0615	171	0.0774	0.0657	0.0614	0.0599
51	0.0724	0.0655	0.0628	0.0608	172	0.0711	0.0646	0.0613	0.0601
52	0.0737	0.0652	0.0630	0.0606	173	0.0898	0.0653	0.0613	0.0601
53	0.0761	0.0670	0.0627	0.0608	174	0.0837	0.0653	0.0612	0.0601
54	0.0900	0.0657	0.0613	0.0608	175	0.0808	0.0655	0.0615	0.0601
55	0.0700	0.0646	0.0614	0.0600	176	0.0772	0.0644	0.0610	0.0600
56	0.0803	0.0650	0.0619	0.0602	177	0.0823	0.0637	0.0610	0.0599
57	0.0760	0.0652	0.0612	0.0598	178	0.0753	0.0638	0.0608	0.0599
58	0.0850	0.0654	0.0609	0.0597	179	0.0733	0.0639	0.0602	0.0593
59	0.0778	0.0650	0.0609	0.0598	180	0.0761	0.0635	0.0604	0.0594
60	0.0767	0.0647	0.0607	0.0595	181	0.0714	0.0638	0.0607	0.0600
61	0.0722	0.0649	0.0605	0.0594	182	0.0887	0.0635	0.0610	0.0602

SEMANA	TERM01	TERM05	TERM10	TERM15	SEMANA	TERM01	TERM05	TERM10	TERM15
62	0.0706	0.0653	0.0608	0.0596	183	0.0710	0.0640	0.0609	0.0598
63	0.0698	0.0652	0.0606	0.0596	184	0.1023	0.0632	0.0608	0.0599
64	0.0812	0.0655	0.0611	0.0603	185	0.0764	0.0634	0.0609	0.0599
65	0.0749	0.0651	0.0611	0.0599	186	0.0797	0.0635	0.0611	0.0601
66	0.0736	0.0664	0.0611	0.0600	187	0.0838	0.0640	0.0612	0.0601
67	0.0732	0.0664	0.0615	0.0603	188	0.0805	0.0653	0.0618	0.0601
68	0.0700	0.0644	0.0613	0.0606	189	0.0820	0.0653	0.0629	0.0610
69	0.0705	0.0645	0.0616	0.0605	190	0.0838	0.0663	0.0621	0.0610
70	0.0693	0.0642	0.0610	0.0604	191	0.0776	0.0660	0.0615	0.0608
71	0.0719	0.0639	0.0611	0.0602	192	0.0886	0.0661	0.0615	0.0608
72	0.0720	0.0637	0.0611	0.0602	193	0.0758	0.0663	0.0622	0.0610
73	0.0691	0.0635	0.0611	0.0602	194	0.0774	0.0650	0.0621	0.0608
74	0.0694	0.0628	0.0611	0.0600	195	0.0801	0.0666	0.0629	0.0615
75	0.0700	0.0629	0.0610	0.0601	196	0.0695	0.0666	0.0634	0.0615
76	0.0654	0.0629	0.0608	0.0601	197	0.0835	0.0670	0.0634	0.0617
77	0.0686	0.0628	0.0609	0.0600	198	0.0724	0.0671	0.0633	0.0618
78	0.0682	0.0630	0.0609	0.0601	199	0.1140	0.0613	0.0665	0.0620
79	0.0701	0.0629	0.0609	0.0600	200	0.0835	0.0671	0.0633	0.0621
80	0.0684	0.0636	0.0610	0.0601	201	0.0816	0.0670	0.0635	0.0623
81	0.0697	0.0637	0.0610	0.0601	202	0.0829	0.0673	0.0644	0.0631
82	0.0833	0.0637	0.0613	0.0604	203	0.0975	0.0676	0.0646	0.0626
83	0.0692	0.0635	0.0610	0.0600	204	0.1172	0.0676	0.0641	0.0630
84	0.0712	0.0632	0.0607	0.0599	205	0.0805	0.0670	0.0640	0.0633
85	0.0720	0.0626	0.0603	0.0597	206	0.0741	0.0675	0.0641	0.0634
86	0.0665	0.0624	0.0605	0.0597	207	0.0786	0.0674	0.0643	0.0634
87	0.0681	0.0625	0.0610	0.0600	208	0.0741	0.0677	0.0648	0.0636
88	0.0682	0.0636	0.0611	0.0600	209	0.0783	0.0677	0.0647	0.0637
89	0.0708	0.0637	0.0614	0.0602	210	0.0711	0.0680	0.0648	0.0638
90	0.0791	0.0641	0.0613	0.0602	211	0.0720	0.0677	0.0649	0.0636
91	0.0870	0.0650	0.0618	0.0605	212	0.0841	0.0676	0.0647	0.0631
92	0.0836	0.0660	0.0638	0.0621	213	0.0758	0.0675	0.0648	0.0630
93	0.0818	0.0654	0.0636	0.0620	214	0.0731	0.0683	0.0659	0.0640
94	0.0758	0.0657	0.0632	0.0617	215	0.0728	0.0680	0.0661	0.0642
95	0.0717	0.0669	0.0649	0.0623	216	0.0873	0.0683	0.0665	0.0647
96	0.0785	0.0679	0.0652	0.0635	217	0.0790	0.0690	0.0670	0.0656
97	0.0776	0.0688	0.0660	0.0640	218	0.0740	0.0690	0.0670	0.0645
98	0.0740	0.0687	0.0664	0.0644	219	0.0756	0.0692	0.0672	0.0658
99	0.0717	0.0689	0.0648	0.0639	220	0.0734	0.0693	0.0679	0.0658
100	0.0763	0.0675	0.0648	0.0639	221	0.0733	0.0692	0.0675	0.0654
101	0.0765	0.0688	0.0670	0.0637	222	0.0778	0.0694	0.0675	0.0658
102	0.0759	0.0713	0.0672	0.0652	223	0.0741	0.0696	0.0677	0.0654
103	0.0792	0.0695	0.0674	0.0659	224	0.0733	0.0701	0.0683	0.0656
104	0.0723	0.0692	0.0671	0.0655	225	0.0743	0.0699	0.0688	0.0667
105	0.0709	0.0694	0.0664	0.0654	226	0.0772	0.0701	0.0690	0.0667
106	0.0700	0.0685	0.0662	0.0644	227	0.0775	0.0713	0.0690	0.0672
107	0.0702	0.0646	0.0626	0.0618	228	0.0746	0.0720	0.0704	0.0675
108	0.0790	0.0665	0.0647	0.0636	229	0.0777	0.0721	0.0707	0.0680
109	0.0679	0.0676	0.0654	0.0638	230	0.0782	0.0724	0.0704	0.0676
110	0.0690	0.0677	0.0661	0.0644	231	0.0895	0.0729	0.0708	0.0679
111	0.0641	0.0639	0.0630	0.0609	232	0.0769	0.0736	0.0710	0.0675
112	0.0648	0.0635	0.0618	0.0610	233	0.0774	0.0735	0.0716	0.0682
113	0.0660	0.0615	0.0600	0.0593	234	0.0761	0.0734	0.0709	0.0668
114	0.0630	0.0618	0.0602	0.0596	235	0.0810	0.0738	0.0716	0.0670
115	0.0686	0.0625	0.0606	0.0596	236	0.0826	0.0738	0.0714	0.0678
116	0.0677	0.0625	0.0605	0.0602	237	0.0808	0.0733	0.0711	0.0670
117	0.0661	0.0635	0.0618	0.0614	238	0.0813	0.0732	0.0708	0.0679
118	0.0654	0.0641	0.0635	0.0626	239	0.0764	0.0732	0.0718	0.0645
119	0.0643	0.0636	0.0631	0.0627	240	0.0824	0.0738	0.0722	0.0676
120	0.0609	0.0629	0.0626	0.0621	241	0.0790	0.0741	0.0729	0.0679
121	0.0750	0.0661	0.0653	0.0634	242	0.1027	0.0753	0.0738	0.0691